TEMA: TEOREMA DE PITÁGORAS

Actividades inicio:

- Ejercicios de calentamiento
- Trabajo en grupo
- Entregar copia del ejercicio de exploración a cada estudiante
- Discutir ejercicio de exploración
- Llegar a una conjetura

Calentamiento

Simplifica cada expresión.

1. (6)(6) 36

2. (15)(15) 225

3. 9^2 81

4. 23^2 529

Halla cada raíz cuadrada. Redondea tu respuesta a la décima más cercana.

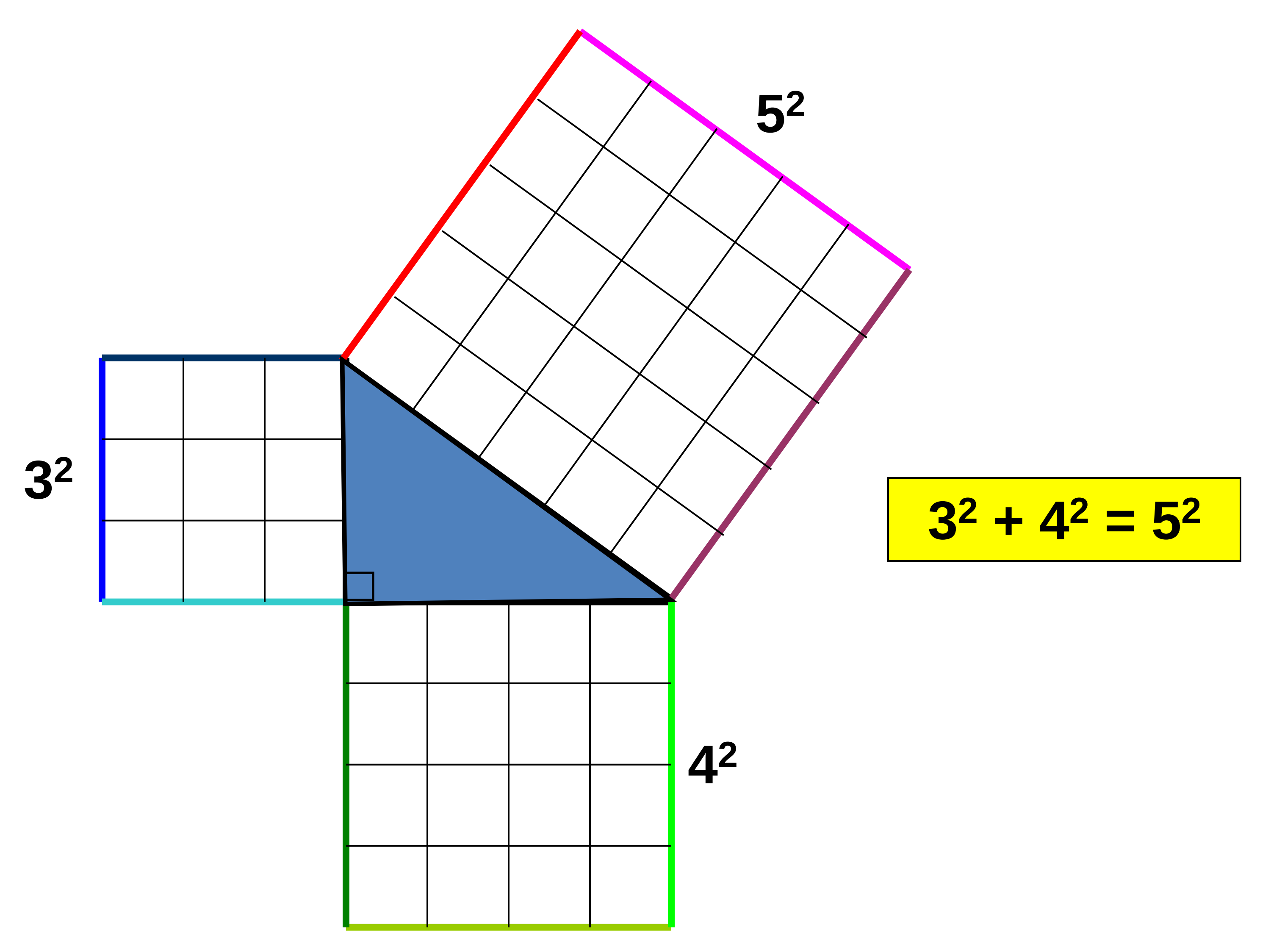
5. $\sqrt{16}$ 4

6. $\sqrt{121}$ 11

7. $\sqrt{52}$ 7.2

8. $\sqrt{547}$ 23.4

Demostración 1



Demostración 2

- Instrucciones
  - Observar el dibujo del triángulo y los cuadrados construidos sobre cada lado.
  - Buscar el punto del centro del cuadrado mediano.
  - Trazar una paralela a la hipotenusa del triángulo que pase por el punto del centro.
  - Trazar una perpendicular a la paralela por el punto del centro. Ilustración 1

Demostración 2 Cont.

- Instrucciones
  - Recortar las piezas que se forman en el cuadrado mediano.
  - Recortar el cuadrado pequeño. Ilustración 2
  - Con todas las piezas recortadas formar el cuadrado grande. Ilustración 3

Ilustración 1

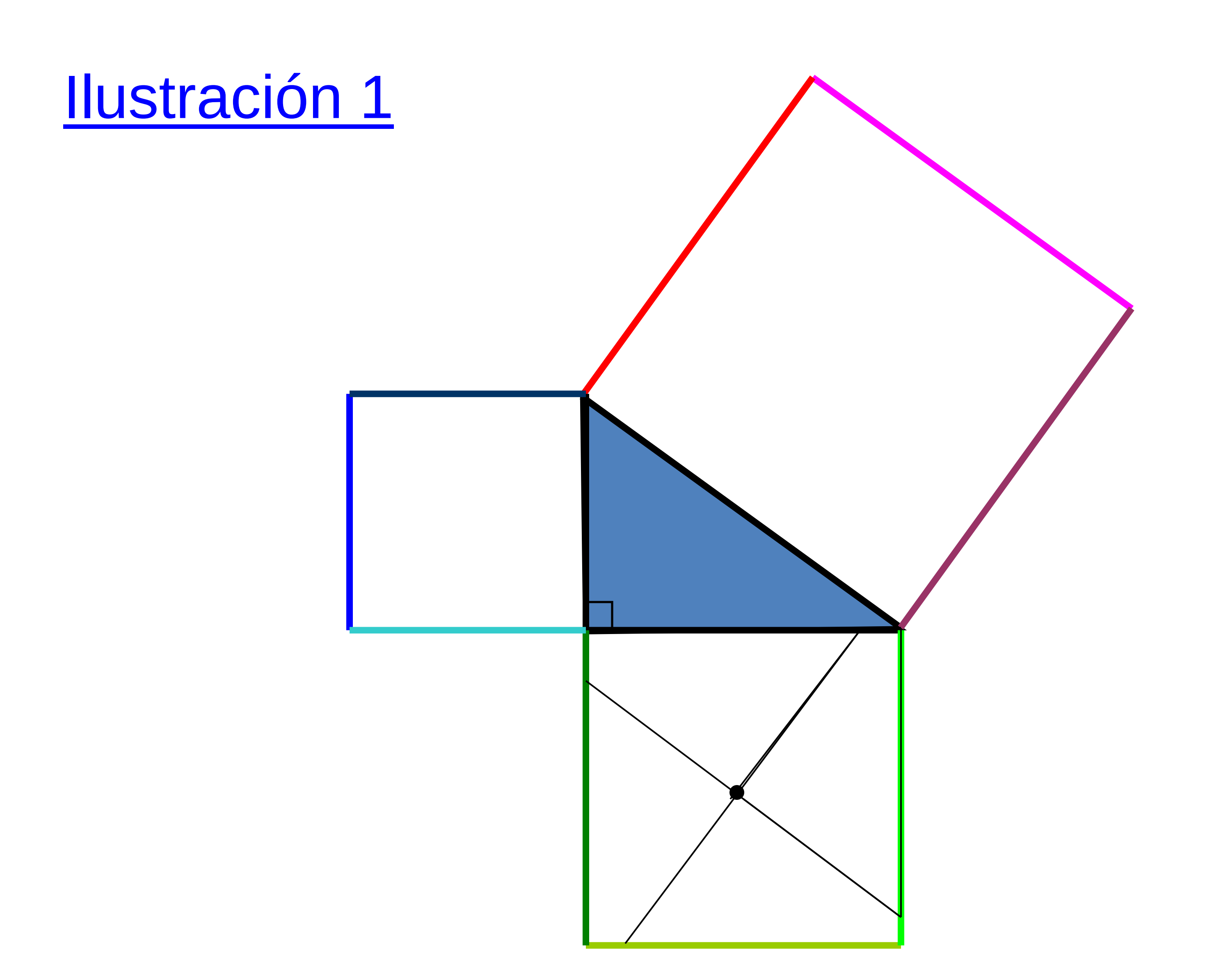


Ilustración 2

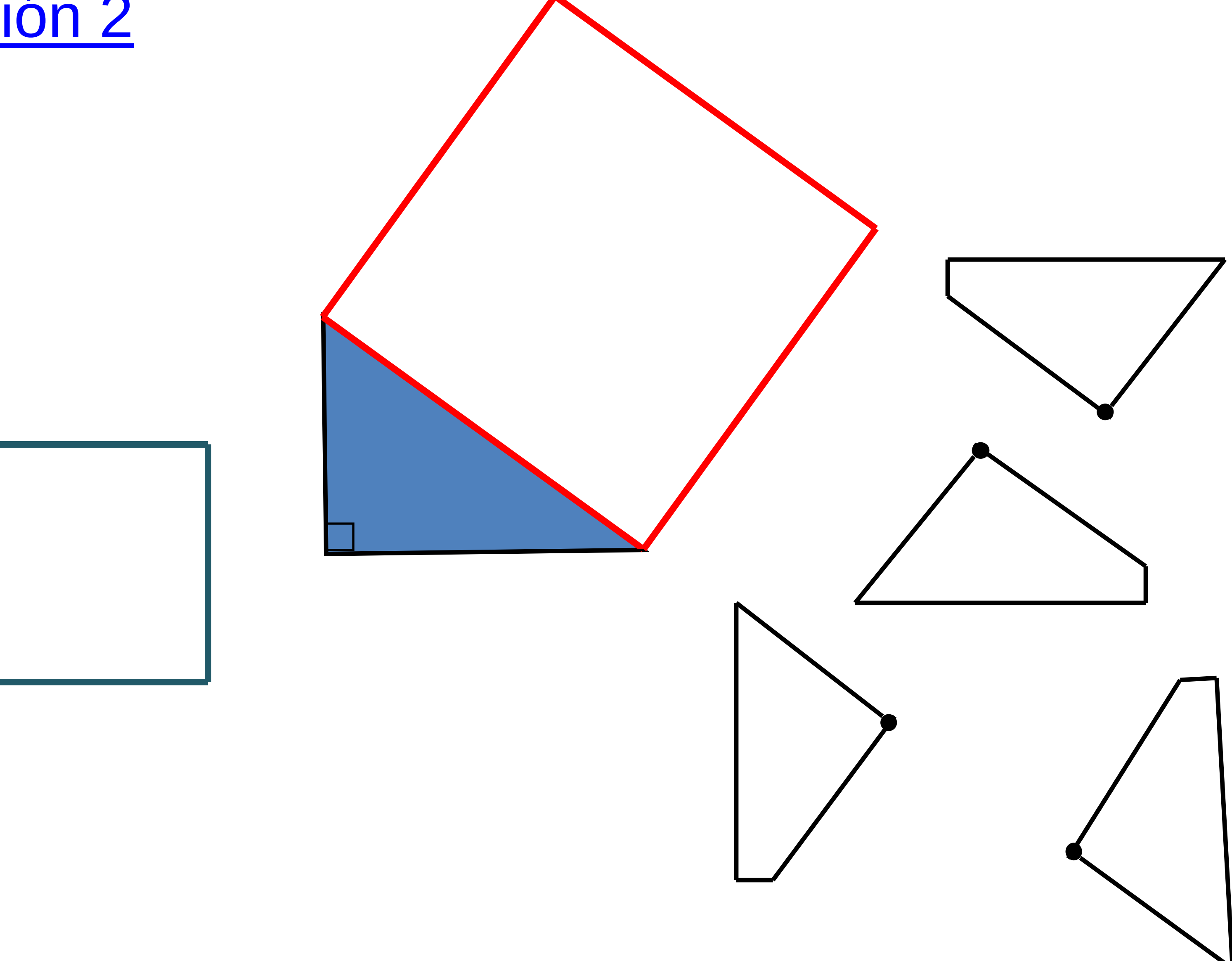
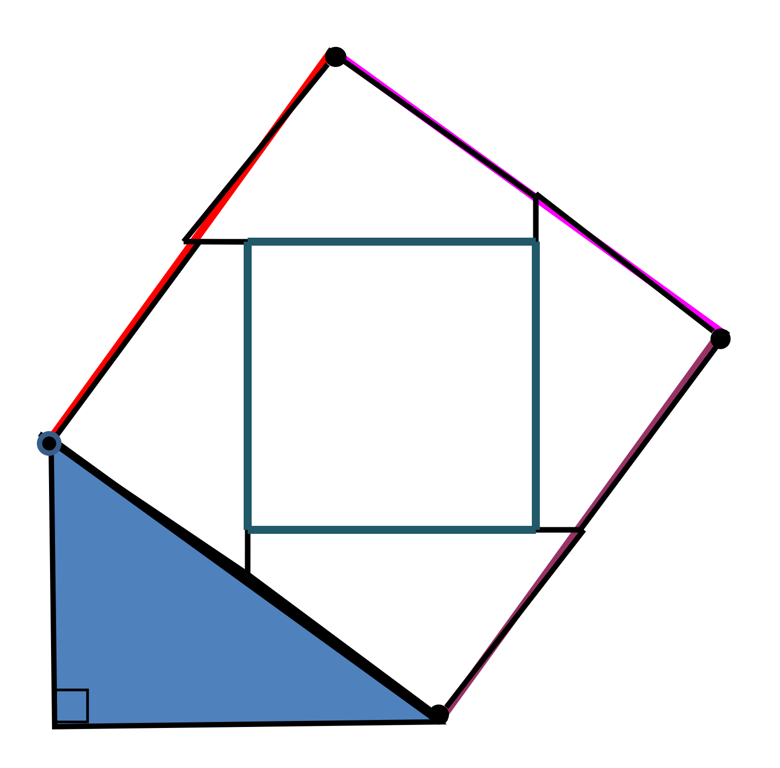
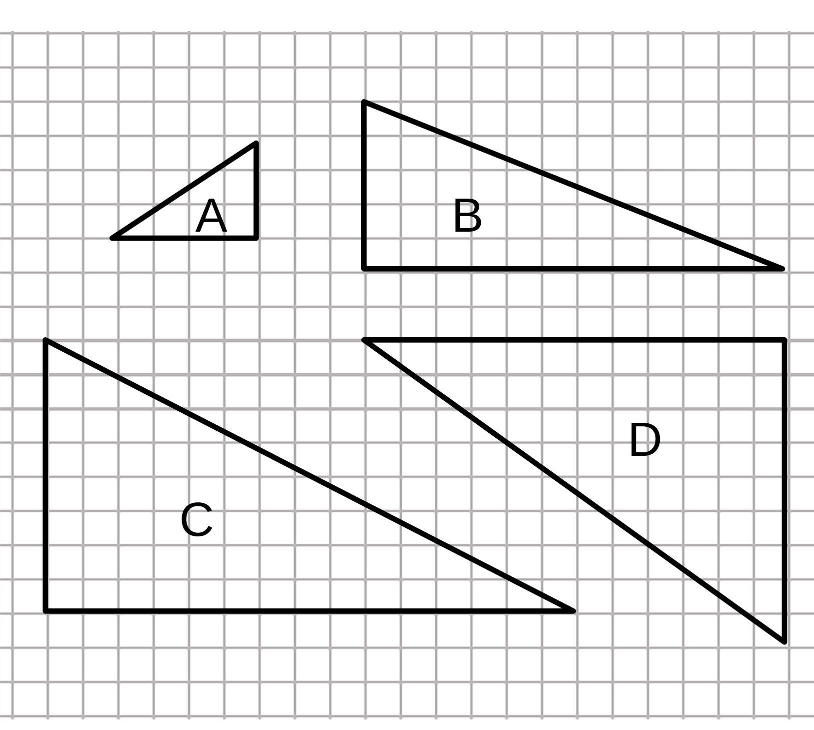


Ilustración 3



Instrucciones:

1. Mide el lado horizontal y vertical de cada triángulo (△) contando el número de unidades cuadradas en los largos.
2. Utiliza la "regla" de cuadrados para medir el lado que falta.
3. Registra el largo de los lados de cada △ en una tabla. Halla el cuadrado del largo de cada lado.
4. ¿Qué observas de tus resultados? Haz una conjetura de cómo están relacionados el largo de los lados de un triángulo rectángulo.



	Largo de los lados			**Cuadrados de los largos de los lados**		
Triángulo	a	b	c	a^2	b^2	c^2
A	3	4	5	9	16	25
B	5	12	13	25	144	169
C	8	15	17	64	225	289
D	9	12	15	81	144	225

Razonamiento Inductivo y Deductivo

- Hemos hecho la conjetura de que la relación que vimos para cuatro triángulos rectángulos sería cierta para todos los triángulos rectángulos. Cuando hacemos conjetura basada en varias observaciones, estamos usando razonamiento inductivo. Sería imposible probar todos los triángulos rectángulos para probar nuestra conjetura.

Teorema de Pitágoras:

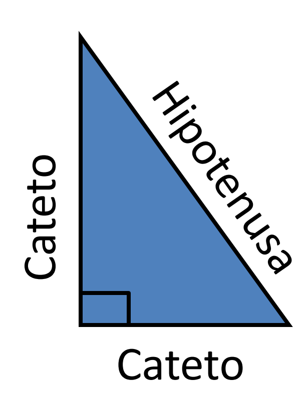
- Escritos de China, Babilonia, India y Grecia muestran que la relación entre el largo de los lados de un triángulo rectángulo era conocida por muchas civilizaciones miles de años atrás. Una de las pruebas más antiguas de la relación pudo haber sido dada cerca de 2,500 años atrás por el matemático griego Pitágoras. Hoy en día el Teorema de Pitágoras continúa siendo uno de los teoremas más conocidos y útiles en las matemáticas.

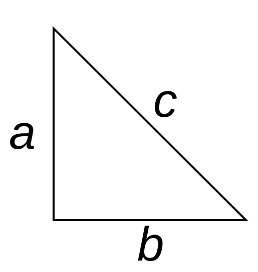
Desarrollo:

- Vocabulario
- Teorema de Pitágoras
- Ejemplos
- Práctica

Vocabulario

En un triangulo rectángulo, los dos lados que forman el ángulo recto los llamamos **catetos**. El lado opuesto al ángulo recto lo llamamos **hipotenusa**.



TEOREMA PITÁGORAS		
En un triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de los largos de los catetos es igual al cuadrado del largo de la hipotenusa.	$a^2 + b^2 = c^2$	

Dato:

- Puedes usar el teorema de Pitágoras para hallar el largo de cualquier lado de un triángulo rectángulo.

Ejemplos

Usa el Teorema de Pitágoras para hallar la medida que falta.

12 cm
c
16 cm

$a^2 + b^2 = c^2$ *Teorema de Pitágoras.*

$12^2 + 16^2 = c^2$ *Sustituye para a y b.*

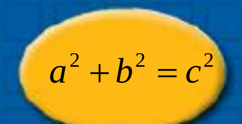
$144 + 256 = c^2$ *Evalúa las potencias.*

$400 = c^2$ *Suma.*

$\sqrt{400} = \sqrt{c^2}$ *Extraer la raíz cuadrada a ambos lados.*

$20 = c$

El largo de la hipotenusa es 20 cm.



El Teorema de Pitágoras

Usa el Teorema de Pitágoras para hallar la medida que falta.

$a^2 + b^2 = c^2$ *Teorema de Pitágoras.*

$5^2 + b^2 = 13^2$ *Sustituye para a y c.*

$25 + b^2 = 169$ *Evalúa las potencias.*

$-25 \quad -25$ *Resta.*

$b^2 = 144$ *Extraer la raíz cuadrada a ambos lados.*

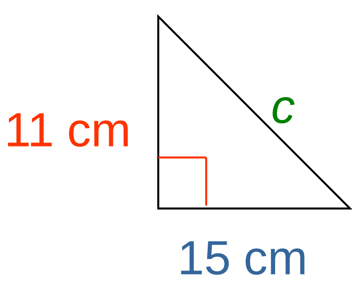
$\sqrt{b^2} = \sqrt{144}$

$b = 12$

El largo del lado que no esta dado es 12 cm.

Check It Out: Example 1A

Usa el Teorema de Pitagoras para hallar la medida que falta.



$$a^2 + b^2 = c^2$$ *Usa el teorema de Pitágoras.*

$$11^2 + 15^2 = c^2$$ *Sustituye para a y b.*

$$121 + 225 = c^2$$ *Evalúa las potencias.*

$$346 = c^2$$ *Suma.*

$$\sqrt{346} = \sqrt{c^2}$$ *Extraer la raíz cuadrada a ambos lados.*

$$18.6 \approx c$$

El largo de la hipotenusa es aproximadamente 18.6 cm.

Check It Out: Example 1B

Usa el Teorema de Pitágoras para hallar la medida que falta.

b
5 cm
3 cm

$a^2 + b^2 = c^2$ *Usa el teorema de Pitágoras.*

$3^2 + b^2 = 5^2$ *Sustituye par a y c.*

$9 + b^2 = 25$ *Evalúa las potencias.*

$\underline{-9} \qquad \underline{-9}$ *Resta 9 a cada lado.*

$b^2 = 16$

$\sqrt{b^2} = \sqrt{16}$ *Extraer la raíz cuadrada a ambos lados.*

$b = 4$

El largo del lado que no esta dado es 4 cm.

Dato:

Puedes usar el teorema de Pitágoras para resolver problemas relacionados con nuestro diario vivir.

Pasos a seguir en la solución de problemas

1. Leer el problema
2. Planificar
   - Hacer un diagrama o dibujo
   - Identificar los elementos desconocidos
   - Establecer la ecuación o inecuación
3. Resolver la ecuación o inecuación
4. Verificar las posibles respuestas
5. Contestar las preguntas del problema

Additional Example 2: Problem Solving Application



Un campo cuadrado tiene lados de 75 pies. ¿Cuán lejos está una esquina de la esquina opuesta? Redondea tu respuesta a la décima más cercana.

Additional Example 2 Continued



Understand the Problem

Reescribe la pregunta como un enunciado.

• Halla la distancia de una esquina a la esquina opuesta del campo

Additional Example 2 Continued

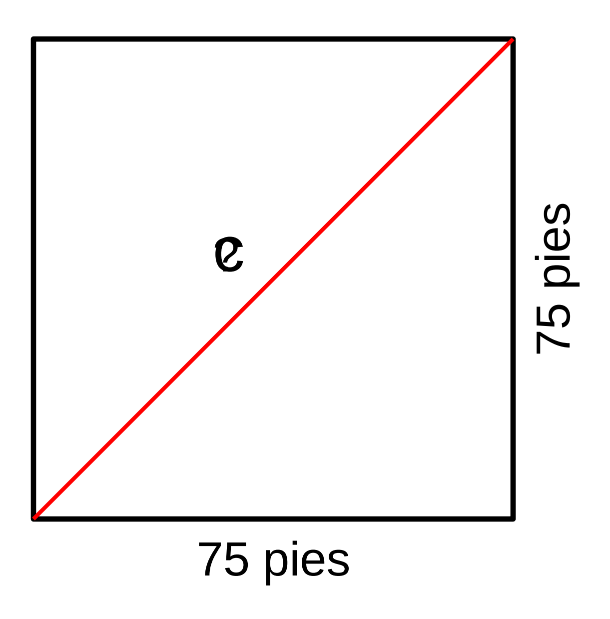


Make a Plan

A) Hacer un diagrama o dibujo

B) Identificar los elementos desconocidos

C) Puedes usar el Teorema de Pitágoras para escribir una ecuación.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

Additional Example 2 Continued



Resuelve

$a^2 + b^2 = c^2$ *Usa el Teorema de Pitágoras*

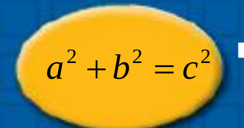
$75^2 + 75^2 = c^2$ *Substituye las variables que conoces.*

$5,625 + 5,625 = c^2$ *Evalúa las potencias.*

$11,250 = c^2$ *Suma.*

$106.066012 \approx c$ *Extraer la raíz cuadrada a ambos lados.*

$106.1 \approx c$ *Redondea.*



Additional Example 2 Continued



Verificar las posibles respuestas

La hipotenusa es el lado más largo en un triángulo rectángulo. Así que la contestación es razonable.

Additional Example 2 Continued

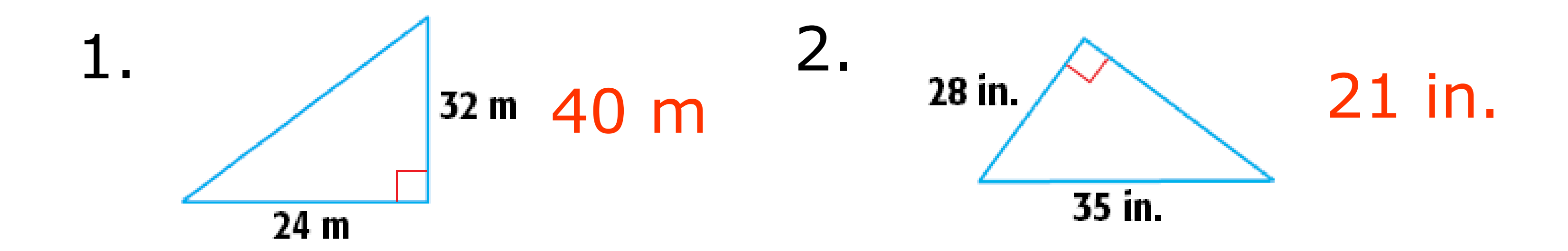
5 Contestar las preguntas del problema

La distancia de una esquina del campo a la esquina opuesta es106.1 feet

Cierre:

- Resumen
- Ejercicios de práctica

Use the Pythagorean Theorem to find each missing measure.

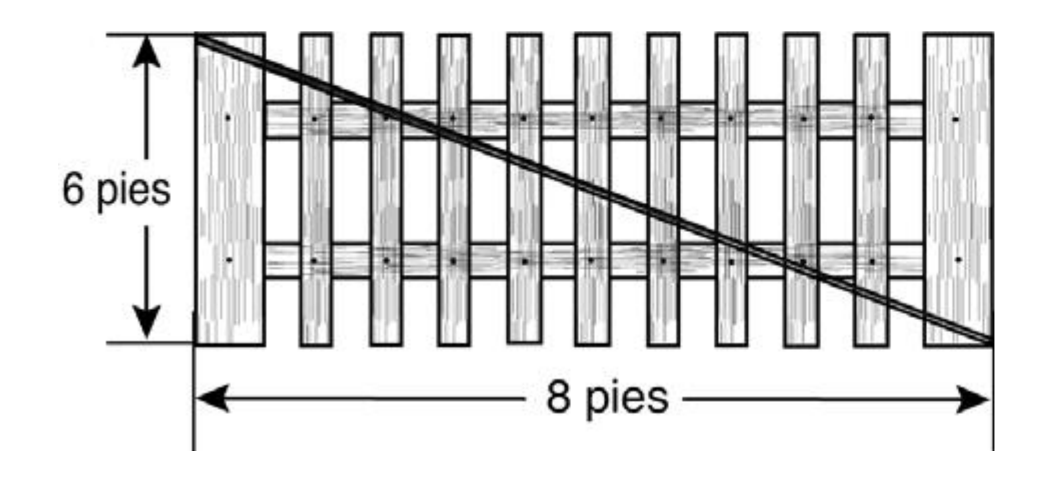


3. a = ▭, b = 30, c = 34 16

4. ¿Qué conjunto de longitudes forma un triángulo rectángulo?

a. 5, 12, 13
b. 6, 9, 12
c. 8, 13, 15
d. 6, 12, 15

5. **El tío de Héctor está construyendo una verja de madera de 6 pies de alto. El quiere colocar un soporte diagonal entre los postes que están a 8 pies de separación cada uno.**



¿Cuánto mide el soporte diagonal?
A 100 pies
B 48 pies
C 14 pies
D 10 pies

G.FG.7.11.2

6. Para conmemorar el aniversario 2500 de la Escuela de Pitágoras, se imprimió en Grecia en 1955 la estampilla postal que se muestra a la derecha. Observa que hay un triángulo con tres patrones cuadriculados, uno por cada lado del triángulo.



A. Cuenta el número de cuadrados en cada lado del triángulo.

B. Usa en teorema de Pitágoras para mostrar que es un triángulo rectángulo.

Descripción de lo que puede ser la respuesta de 2 puntos:

A. 3, 4, 5

B. $a^2 + b^2 = c^2$

$3^2 + 4^2 = 5^2$

$9 + 16 = 25$

Ternas Pitagóricas

- Terna pitagórica – son tres números enteros que hacen cierta la ecuación pitagórica.
- Ejemplo : 3, 4, 5

  $a = 3, b = 4, c = 5,$

  $a^2 + b^2 = c^2$

  $3^2 + 4^2 = 5^2$

¿Cómo hallar ternas pitagóricas?

- Método de Bert Liberi
- Si *a* y *b* son los catetos de un triángulo rectángulo y *m* > 1, entonces:

$$\frac{1}{m}+\frac{1}{m+2}=\frac{a}{b} \qquad \text{y} \qquad c=\sqrt{a^2+b^2}$$

Ejemplo 1

Sea m = 2,

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2+2}=\frac{a}{b}$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{a}{b}$$

$$\frac{3}{4}=\frac{a}{b}$$

$$a=3$$

$$b=4$$

$$c=\sqrt{3^2+4^2}$$

$$c=\sqrt{9+16}$$

$$c=\sqrt{25}$$

$$c=5$$

La terna correspondiente a *m* = 2 es 3, 4, 5.

Ejemplo 2

¿Cuál es la terna correspondiente a m = 5?

$$\frac{1}{m}+\frac{1}{m+2}=\frac{a}{b}$$

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{5+2}=\frac{a}{b}$$

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{7}=\frac{a}{b}$$

$$\frac{7}{35}+\frac{5}{35}=\frac{a}{b}$$

$$\frac{12}{35}=\frac{a}{b}$$

$$a=12$$

$$b=35$$

$$c=\sqrt{12^2+35^2}$$

$$c=\sqrt{144+1,225}$$

$$c=\sqrt{1,369}$$

$$c=37$$

¿Cómo hallar ternas pitagóricas?

- Método de diferencia de cuadrados
- Ejemplo:
  - Hallar una terna pitagórica que contenga el número 8.
- Solución:
  - Cuadrar el 8: 8^2

$8^2 = 64$

$8^2 = 32 \text{ x } 2$, hallar el promedio de 32 y 2

$(32 + 2) \quad 2 = 17$

$8^2 = [\ 17 + (17 - 32)] \quad [\ 17 + (17 - 2)]$

$8^2 = (\ 17 - 15\ ) \quad (\ 17 + 15\ )$

$8^2 = 17^2 - 15^2$

$8^2 + 15^2 = 17^2$

- Conclusión
  - La terna es 8, 15, 17.
  - La comprobación se deja al alumno.